

Trends in Partial Differential Equations and Related fields

Sidi Bel-Abbès, Algeria, 8-10 April 2019

Courses

Chérif Amrouche (Pau)

Titre du cours : Sur la Régularité des Solutions d'Equations et de Systèmes Elliptiques

Cours 1 : Espaces de Sobolev

Dans ce premier cours, on donnera les propriétés essentielles concernant les espaces de Sobolev parmi lesquelles : Traces, injections de Sobolev, interpolation, inégalités de Poincaré, de Hardy, de Poincaré Wirtinger, de Calderon-Zygmund.

Cours 2 : Equations Elliptiques

Le second cours sera consacré à la résolution de quelques équations elliptiques faisant intervenir l'opérateur de Laplace, avec divers types de conditions aux limites : Dirichlet, Neumann, Fourier-Robin. On s'intéressera ici aux questions de régularité des solutions dans un cadre hilbertien ou non hilbertien : solutions faibles, solutions fortes et solutions très faibles.

Cours 3 : Systèmes Elliptiques

On terminera par l'étude de systèmes elliptiques, et particulièrement le système de Stokes et le système d'élasticité linéaire, en considérant différentes conditions aux limites physiques.

Manuel González-Burgos (Seville)

Title: Some techniques for the controllability of non-scalar parabolic systems.

Abstract. The general aim of this course is to present some techniques and recent results on controllability of systems of (several) parabolic equations when the control is exerted in a part of the domain (distributed control) or on a part of the boundary of the domain (boundary control). In both cases, we will use Carleman estimates and the moment method of Fattorini-Russell. These techniques shall provide some generalizations of the algebraic Kalman condition which will characterize the controllability properties of a class of parabolic systems. As a consequence, we shall also see that the distributed and boundary controllability properties of coupled parabolic systems are, in general, not equivalent.

We shall also show some new phenomena which arise in the framework of controllability problems for non-scalar parabolic systems. On the one hand, we shall see that the

controllability property depends on the geometric position of the support of the coupling term when this support does not intersect the control domain. On the other hand, we shall see that, even if the problem under consideration is parabolic, an explicit minimal time of controllability $T_0 \in [0, \infty]$ arises. Thus, the corresponding system is not null controllable at time T if $T < T_0$ and it is null controllable at time T when $T > T_0$. This minimal time is related to:

- Distributed controls: The action of the distributed control when the support of the coupling term does not intersect the control domain ω .
- Boundary controls: The condensation index of the complex sequence of eigenvalues of the corresponding matrix elliptic operator.

We shall finalize the course with some generalizations and open problems.

Bibliography

- F. Alabau-Boussouira, M. Léautaud, Indirect controllability of locally coupled systems under geometric conditions, C. R. Math. Acad. Sci. Paris, 349 (2011), no. 7-8, 395--400.
- F. Ammar-Khodja, A. Benabdallah, M. González-Burgos, L. de Teresa, Recent results on the controllability of coupled parabolic problems: a survey, Math. Control and Related Fields, 3 (2011), 267--306.
- F. Ammar-Khodja, A. Benabdallah, M. González-Burgos, L. de Teresa, Minimal time for the null controllability of parabolic systems: the effect of the condensation index of complex sequences, J. Funct. Anal., 267 (2014), no. 7, 2077--2151.
- F. Ammar-Khodja, A. Benabdallah, M. González-Burgos, L. de Teresa, New phenomena for the null controllability of parabolic systems: Minimal time and geometrical dependence, J. Math. Anal. Appl., 444 (2016), no. 2, 1071--1113.
- H.O. Fattorini, D. L. Russell, Exact controllability theorems for linear parabolic equations in one space dimension, Arch. Rational Mech. Anal., 43 (1971), 272--292.
- E. Fernández-Cara, M. González-Burgos, L. de Teresa, Boundary controllability of parabolic coupled equations, J. Funct. Anal., 259 (2010), no. 7, 1720--1758.

Ali Sili (Marseille/Toulon)

Titre : Analyse asymptotique de problèmes de structures minces et homogénéisation

Résumé. Le but de ce cours est une introduction à l'analyse asymptotique de solutions d'EDP posées dans des domaines minces. En général, les solutions u^ϵ de telles équations dépendent d'un petit paramètre ϵ qui caractérise le domaine et qui est destiné à tendre vers zéro. Il s'agira alors de trouver "la limite" de u^ϵ et donner l'équation dont cette limite est solution. Dans ce cadre, nous considérerons quelques équations relatives à des problèmes de réduction de dimension $3d - 1d$ ou $3d - 2d$ et mettrons en évidence l'effet de l'anisotropie du milieu sur le modèle limite. Nous montrerons également l'analogie de ces problèmes avec l'homogénéisation de milieux fibrés.

Talks

Ahmed Bchatnia (Tunis)

Titre : Décroissance de l'énergie locale de l'équation de Klein Gordon critique

Résumé: Dans ce travail, on démontre la décroissance exponentielle de l'énergie locale des solutions de l'équation de Klein-Gordon, avec une nonlinéarité critique localisée. La preuve est basée sur les inégalités de Strichartz généralisées, et le semi-groupe de Lax-Phillips.

Carlos Castro (Madrid)

Title: Numerical approximation of the control for the wave equation.

Abstract. In this talk we focus on the numerical approximation for the boundary controls of the wave equation. We show the main difficulties associated to the classical approaches based on solving discrete approximations obtained by finite differences or finite elements discretization for the wave equation. Finally we analyze a new numerical method based on a projection for the wave equation on a suitable finite dimensional space.

TaoufikHmidi (Rennes)

Title: Aggregation equation and collapse to singular measure

Abstract. We shall discuss the patch dynamics for the two-dimensional aggregation equation associated to the Newtonian potential. We reformulate a suitable graph model and prove a local well-posedness result in sub-critical and critical spaces. The global existence issue is solved for small initial data using a special weak damping behavior. This allows to analyze the concentration phenomenon of the aggregation patches near the blow up time. In particular, we prove that the patch collapses to a collection of disjoint segments and we provide a description of the singular measure through a careful study of the asymptotic behavior of the graph. This a joint work with Dong Li

FabricioMaciá (Madrid)

Title: Quasimodes and Control of a Quantum Particle

Abstract. In this talk I will survey recent results on concentration and non-concentration type phenomena for solutions to Schrödinger equations and show how they are related to exact controllability properties for those equations.

Luc Robbiano (Versailles)

Titre : Propagation du support de mesures semi-classiques et stabilisation du problème de Zaremba

Résumé. Le problème de Zaremba consiste à étudier un problème elliptique d'ordre 2 avec comme condition au bord une condition de Dirichlet sur une partie du bord et une condition de Neumann sur une autre partie, ces deux parties étant séparées par une

hypersurfaceregulière du bord. On étudie la stabilisation par un amortissement interne du problème d'évolution associé au problème elliptique de Zaremba. On cherche une stabilisation exponentielle pour cela on estime la résolvante. On introduit des mesures de défaut semi-classique et on prouve, par un raisonnement par l'absurde, que sous certaines conditions géométriques la résolvante est bornée sur l'axe imaginaire, ce qui implique la décroissance exponentielle.

Farhat Shel (Monastir)

Title: Stability of the wave equations on a tree with local Kelvin-Voigt damping

Abstract. We study the stability problem of a tree of elastic strings with local Kelvin-Voigt damping on some of the edges. Under the compatibility condition of displacement and strain and continuity condition of damping coefficients at the vertices of the tree, exponential/polynomial stability are proved.